TP3 : Méthode de Shepard
Interpolation de données éparses

Interpoler ou approximer un très grand ensemble de données éparses, non structurées (*scattered data*) est un problème très courant. L'objectif de ce TD est d'implémenter la méthode d'interpolation de shepard. Un jeu de données vous est proposé mais vous pouvez créer vos données pour tester votre implémentation.

Le TP devra être implémenté en C++.

1 Méthode de Shepard

Soit un ensemble de données $(X_i, f_i)_{i=0,\dots,N}$ où X_i est un point du plan et f_i la valeur scalaire associée au point. La méthode de Shepard construit une fonction **continue** $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ telle que :

$$\forall i = 0 \dots N,\ F(X_i) = f_i$$

Soit X un point du plan. La fonction de Shepard $F(X)$ est une moyenne pondérée des f_i. Les poids dépendent des distances entre le point X et chacun des X_i.

$$F(X) = \sum_{i=0}^{N} \omega_i(X) f_i$$

avec

$$\omega_i(X) = \frac{\dfrac{1}{d_i(X)^\mu}}{\displaystyle\sum_{j=0}^{N} \frac{1}{d_j(X)^\mu}} \qquad \text{où } d_i(X) = \| X - X_i \|_2 \text{ et } \mu \geq 1$$

Pour l'implémentation, on utilisera l'expression :

$$\omega_i(X) = \frac{\displaystyle\prod_{j \neq i} d_j(X)^\mu}{\displaystyle\sum_{k=0}^{N} \prod_{j \neq k} d_j(X)^\mu}$$

On a alors :

$$\omega_i(X_j) = \begin{cases} 1 & \text{si } j = i \\ 0 & \text{si } j \neq i \end{cases}$$

et donc $F(X_i) = f_i, \forall i = 0, \dots, N$.

2 Travail demandé

- En utilisant la méthode de Shepard, implémenter une fonction calculant une fonction continue à partir d'un ensemble de données discrètes.
- Visualiser la fonction obtenue sous forme de surface (e.g via Gnuplot ou Matlab).
- Observer et commenter l'influence des puissances μ sur l'interpolation.

Rendre sous forme d'archive :

- Le code qui doit pouvoir être compilé/executé et pouvoir générer des sorties compréhensibles.
- Un document (pdf) contenant vos résultats (réponses, images, commentaires, ...).