

# TP1 : Ondelette de Haar

## Décomposition/Reconstruction multirésolution de $2^n$ données.

### 1 Introduction

**Motivations** Les applications de la décomposition en ondelettes dans le monde numérique sont nombreuses (Décomposition/Reconstruction de signal, Compression de données). Dans le cadre de la multirésolution, une utilisation typique est la transmission progressive de données :

1. Transmission progressive de données.
  - (a) Décomposition des détails puis envoi.
  - (b) Réception des détails et reconstruction par niveaux croissants.
2. Compression : Elimination des détails de faible amplitude. (JPEG2000).

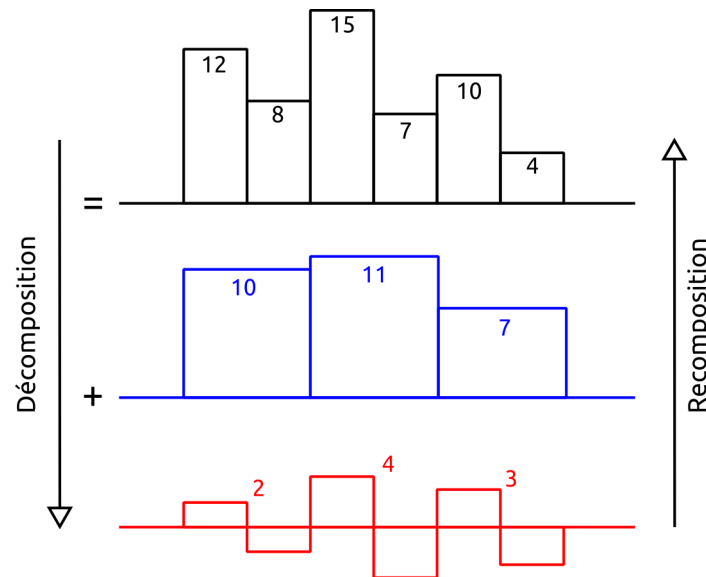
La première transformation par ondelette fut l'ondelette de Haar (1909). Cette transformation présente trois avantages. Elle est simple, a une complexité linéaire  $\mathcal{O}(N)$  et un coût mémoire constant.

**Objectif** Implémenter une méthode de compression de données par la méthode de Haar.

**Principe** Sur un tableau ayant  $2^n$  données, décomposer revient à appliquer par paire de données les formules suivantes, où  $k \in \mathbb{N}$  représente le niveau de décomposition et  $i \in \mathbb{N}$  l'indice dans le tableau :

$$x_i^{k+1} = \frac{x_{2i}^k + x_{2i+1}^k}{2} \quad \text{Moyenne}$$

$$y_i^{k+1} = \frac{x_{2i}^k - x_{2i+1}^k}{2} \quad \text{Détail}$$



Original					
12	8	15	7	10	4
Moyenne 1			Détail 1		
10	11	7	± 2	± 4	± 3

**Table 1:** Illustration d'une décomposition par ondelette de Haar

## 2 Travail demandé

Utiliser le langage que vous souhaitez (C++, Python, Matlab, R). Un fichier d'aide à Gnuplot est disponible en annexe. Un code R pour tracer des graphiques est également disponible.

### 2.1 Décomposition/Recomposition

- Effectuer une étape de décomposition.
- Effectuer une étape de recomposition.
- Décomposer complètement le tableau.
- Recomposer complètement le tableau.
- Les données reconstruites sont-elles identiques aux données d'origine ?
- Décrire mathématiquement l'étape de recomposition.

### 2.2 Visualisation et analyse

- Visualiser moyenne et détail aux différentes étapes de subdivisions.

### 2.3 Compression

- Recomposer après avoir mis à zéro tout les coefficients de détails en dessous de  $\epsilon \in \mathbb{R}$ .
- Mesurer l'erreur entre la reconstruction et les données d'origine.
- Tracer le graphe de l'erreur en fonction du seuil de mise à zéro des coefficients de détails.

### 2.4 Organisation

Le travail est à faire en binôme. Rendre une archive *nom1\_nom2.zip* contenant :

- Le code commenté prêt à être compilé/exécuté et générant les sorties demandées.
- Un rapport contenant vos résultats (réponses, images, commentaires, ...).