TP4 : Courbes de Subdivision

L'objectif de ce TP est d'implémenter plusieurs méthodes permettant de définir des courbes de subdivision. Le TP est à faire en binôme. Le code et le rapport contenant les images et réponses aux questions sera rendu sous forme d'archive *nom1_nom2.zip*. Les algorithmes seront implémentés en C++.

Rappel

Courbes de subdivision : Courbes limites d'un procédé récursif partant d'un polygone de contrôle, et doublant le nombre de points de contrôle à chaque étape de subdivision. On part de d points $\mathbf{x_0^0}, \dots, \mathbf{x_{d-1}^0}$. On calcule les points $(\mathbf{x_i^n})$ via shéma de subdivisions.

Courbes de Chaikin

$$\begin{cases} \mathbf{x_{2i}^{n+1}} = \frac{3}{4}\mathbf{x_i^n} + \frac{1}{4}\mathbf{x_{i+1}^n} \\ \\ \mathbf{x_{2i+1}^{n+1}} = \frac{1}{4}\mathbf{x_i^n} + \frac{3}{4}\mathbf{x_{i+1}^n} \end{cases} \tag{1}$$

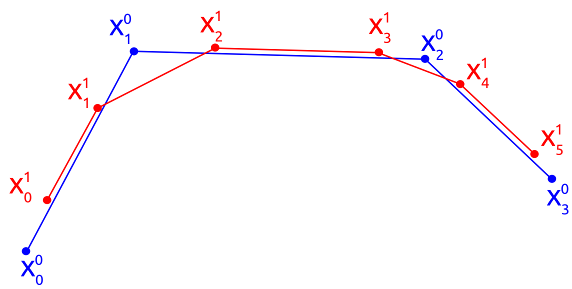
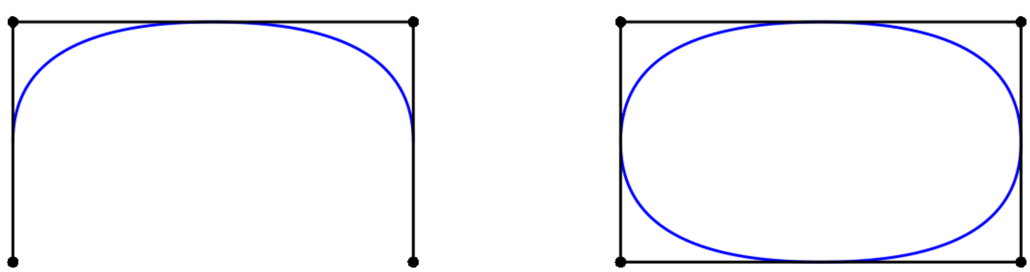


Figure 1: Illustration de la méthode de Chaikin sur une courbe ouverte



Courbe ouverte Courbe fermée

Figure 2: Pour le même nombre de points on peut considérer une courbe ouverte ou une courbe fermée.

Schéma à 4 points

$$\begin{cases} \mathbf{x_{2i}^{n+1}} = \mathbf{x_i^n} \\ \\ \mathbf{x_{2i+1}^{n+1}} = \frac{1}{16}\left(-\mathbf{x_{i-1}^n} + 9\mathbf{x_i^n} + 9\mathbf{x_{i+1}^n} - \mathbf{x_{i+2}^n}\right) \end{cases} \tag{2}$$

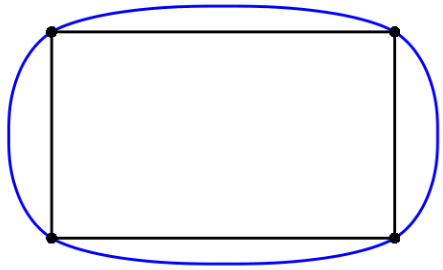


Figure 3: Illustration du shéma à quatre points

Corner-Cutting

$$\begin{cases} \mathbf{x_{2i}^{n+1}} = (1-a)\,\mathbf{x_i^n} + a\mathbf{x_{i+1}^n} \\ \\ \mathbf{x_{2i+1}^{n+1}} = (1-b)\,\mathbf{x_i^n} + b\mathbf{x_{i+1}^n} \end{cases} \tag{3}$$

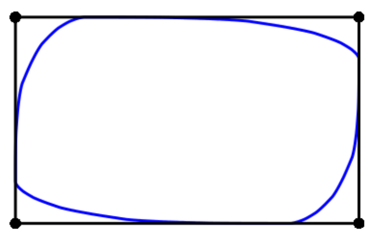


Figure 4: Illustration du Corner-Cutting

Travail demandé

1. Implémenter les trois méthodes de subdivision énoncées. Les implémentations doivent pouvoir gérer des courbes fermées et des courbes ouvertes.

2. Concernant la méthode du Corner-Cutting vous testerez les coefficients a et b tels que

   (a) $b = a + \dfrac{1}{2}$

   (b) $b! = a + \dfrac{1}{2}$

   Qu'observez vous ?